

B.Sc. DEGREE EXAMINATIONS – AUGUST/SEPTEMBER, 2021.

THIRD YEAR – SIXTH SEMESTER

MATHEMATICS

Paper – VII (E-A) : LAPLACE TRANSFORMS

(Regular / Supplementary)

(Common paper for B.A./B.Sc.)

Time : 3 Hours

Max. Marks : 75

SECTION – A

Answer any FIVE questions.

Each questions carries 5 marks.

ఏవేని ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. (5 × 5 = 25 marks)

1. Find $L\{\sin h^{-1} 2t\}$
 $L\{\sin h^{-1} 2t\}$ విలువను కనుక్కోండి.
2. Find the Laplace transform of $F(t)$, where $F(t) = |t - 1| + |t + 1|$, $t \geq 0$.
 $t \geq 0$ కు $F(t) = |t - 1| + |t + 1|$. అయితే $F(t)$ యొక్క లేప్లాస్ పరివర్తనను కనుక్కోండి.
3. Find $L\{t \sin at\}$
 $L\{t \sin at\}$ విలువను కనుక్కోండి.
4. Find $L\left\{\frac{1 - \cos at}{t}\right\}$
 $L\left\{\frac{1 - \cos at}{t}\right\}$ విలువను కనుక్కోండి.
5. Find the Laplace transform of $e^{-3t}u(t - 2)$.
 $e^{-3t}u(t - 2)$ యొక్క లేప్లాస్ పరివర్తనను కనుక్కోండి.
6. Find $L\left\{\int_0^t \frac{e^t \sin t}{t} dt\right\}$
 $L\left\{\int_0^t \frac{e^t \sin t}{t} dt\right\}$ విలువను కనుక్కోండి.
7. State and prove First shifting theorem in inverse Laplace transforms.
విలోమ లేప్లాస్ పరివర్తనకు మొదటి మార్పు సిద్ధాంతమును ప్రవచించి, నిరూపించండి.

8. Find $L^{-1}\left\{\frac{3p-4}{p^2-4p+8}\right\}$

$L^{-1}\left\{\frac{3p-4}{p^2-4p+8}\right\}$ విలువను కనుక్కోండి.

9. Find $L^{-1}\left\{\cos^{-1}\left(\frac{p+a}{b}\right)\right\}$

$L^{-1}\left\{\cos^{-1}\left(\frac{p+a}{b}\right)\right\}$ విలువను కనుక్కోండి.

10. Find $L^{-1}\left\{\frac{2p}{(p^2-4)^2}\right\}$

$L^{-1}\left\{\frac{2p}{(p^2-4)^2}\right\}$ విలువను కనుక్కోండి.

SECTION - B

Answer ALL the questions.

Each question carries 10 marks.

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. (5 × 10 = 50 marks)

ప్రతి ప్రశ్నకు 10 మార్కులు.

11. (a) State and prove existence theorem for Laplace transform and define Laplace transforms.

లాప్లాస్ పరివర్తన సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి, నిరూపించుము మరియు లాప్లాస్ పరివర్తనను నిర్వచించుము.

Or

- (b) Find

(i) $L^{-1}\{3\sin 2t - 5\cosh 2t\}$

(ii) $L^{-1}\{\cos 2t\}$ విలువను కనుక్కోండి.

12. (a) State and prove final value theorem in Laplace transform.

లేప్లాస్ పరివర్తనలో అంతిమ విలువ సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి, నిరూపించుము.

Or

- (b) Find $L\{\sin \sqrt{t}\}$

$L\{\sin \sqrt{t}\}$ విలువను కనుక్కోండి.

13. (a) If $L\{F(t)\} = f(p)$, then prove that $L\left\{\int_0^t F(u)du\right\} = \frac{1}{p} f(p)$.

$L\{F(t)\} = f(p)$ అయితే, $L\left\{\int_0^t F(u)du\right\} = \frac{1}{p} f(p)$ అని నిరూపించుము.

Or

(b) Show that $\int_0^{\infty} t^3 e^{-t} \sin t dt = 0$

$\int_0^{\infty} t^3 e^{-t} \sin t dt = 0$ అని చూపండి.

14. (a) Find $L^{-1}\left\{\frac{1}{\sqrt{2p-3}}\right\}$

$L^{-1}\left\{\frac{1}{\sqrt{2p-3}}\right\}$ విలువను కనుక్కోండి.

Or

(b) Find $L^{-1}\left\{\frac{p^2}{p^4+4a^4}\right\}$

$L^{-1}\left\{\frac{p^2}{p^4+4a^4}\right\}$ విలువను కనుక్కోండి.

15. (a) State and prove convolution theorem in Inverse Laplace transform.
లేప్లాస్ విలోమ పరివర్తనకు కన్వల్యూషన్ సిద్ధాంతమును ప్రవచించి, నిరూపించుము.

Or

(b) Evaluate $L^{-1}\left\{\frac{3p+1}{(p-1)(p^2+1)}\right\}$ by using Heaviside's expansion theorem.

హేవిసైడ్ విస్తరణ సిద్ధాంతమును ఉపయోగించి, $L^{-1}\left\{\frac{3p+1}{(p-1)(p^2+1)}\right\}$ రాబట్టండి.