(3308MAT15)

THREE YEAR B.Sc./B.A (CBCS) DEGREE EXAMINATION, OCTOBER/NOVEMBER, 2019

THIRD SEMESTER

Part II – Mathematics

ABSTRACT ALGEBRA

(Regular & Supplementary)

Time : 3 Hours *Max. Marks : 75*

PART – A

పార్ట్ – ఎ

Answer any FIVE of the following questions.

ఏవైనా ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

(Marks : 5 × 5 marks = 25 marks)

1. Show that in a group G, inverse of any element is unique

సమూహము G లో ఏ మూలకానికైనా విలోమము ఏకైకము అని చూపుము.

2. Find the order of each element of the multiplicative group G= $\{1,-1,i,-i\}$

గుణకార సమూహము G= $\{1,-1,i,-i\}$ లో ప్రతి మూలకపు తరగతి కనుక్కోండి.

3. If H_1 and H_2 are two subgroups of group G them show that $H_1 \cap H_2$ is also a subgroup of G.

సమూహము G లో H_1 మరియు H_2 లు రెండు ఉపసమూహాలు అయితే $H_1 \cap H_2$ కూడా Gలో ఉపసమూహమే అవుతుందని చూపండి.

4. If a, b are any two elements of a group G and H any subgroup of G then prove that $H_a = H_b \Rightarrow ab^{-1} \in H$.

ఒక సమూహము G లో a,b లు ఏవైనా రెండు మూలకాలు మరియు G లో H ఉపసమూహము అయితే $H_a = H_b \Rightarrow ab^{-1} \in H$ అని చూపుము.

5. Prove that every subgroup of an abelian group is normal.

వినిమయ సమూహము యొక్క ప్రతి ఉపసమూహము అభిలంబము అని చూపుము.

6. If N, M are normal subgroups of G, then show that NM is also a normal subgroup of G.

G లో N, M లు అభిలంబ ఉపసమూహాలయితే G లో NM కూడా ఒక అభిలంబ ఉపసమూహము అని చూపుము.

Scanned By Scanner Go

7 If f be a homomorphism of a group G into group G' then show that Kernel of f is a normal subgroup of G.

f ఒక సమూహం G నుండి సమూహం G' కు ఏకైక సమాకారత అయితే f యొక్క కెర్నల్ G లో ఒక ప్రసామాన్య ఉపసమూహమని చూపండి.

8 If $\phi: Z_{10} \to Z_{10}$ is a homomorphism defined by $\phi(1)=8$ then find $\phi(4)$.

$\phi: Z_{10} \to Z_{10}$ సమాకారతను $\phi(1)=8$ అయితే $\phi(4)$ విలువను కనుక్కోండి.

9 Write down the product $(1\ 3\ 6)(1\ 3\ 6\ 7)(6\ 7)(1\ 2\ 3\ 4)$ as disjoint cycles.

$(1\ 3\ 6)(1\ 3\ 6\ 7)(6\ 7)(1\ 2\ 3\ 4)$ లబ్ధాన్ని వియుక్త చక్రాలుగా రాయండి.

10 Examine whether the permutation $\begin{pmatrix}1234567\\3147625\end{pmatrix}$ is odd or even.

$\begin{pmatrix}1234567\\3147625\end{pmatrix}$ ప్రస్తారం సరి ప్రస్తారమా లేదా బేసి ప్రస్తారమా నిర్ణయించండి.

PART – B

పార్ట్ – బి

Answer any FIVE of the following questions. Atleast ONE question choosing from each section.

ఒక సెక్షన్ నుండి కనీసం ఒక ప్రశ్న ఎన్నుకొని, ఏవైనా ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు రాయుము.

(Marks : 5×10 marks $= 50$ marks)

SECTION – A

UNIT – I

11 Show that the set Q^+ of all positive rational numbers forms an abelian group under the composition defined by 'o' such that $aob=\frac{ab}{3}$ for $a,b\in Q^+$.

ధన అకరణీయ సంఖ్యా సమితి Q^+ పై 'o' ప్రక్రియ $a,b\in Q^+$ కు $aob=\frac{ab}{3}$ గా నిర్వచింపబడిన $(Q^+,0)$ ఎబీలియన్ సమూహమును అని చూపండి.

12 Prove that the set of n^{th} roots of unity forms a finite abelian group under multiplication.

1 యొక్క n వ మూలాల సమితి గుణకారము క్రింద పరిమిత వినిమయ సమూహము అవుతుందని చూపండి.

UNIT – II

13 Show that the necessary and sufficient condition for a finite complex H of a group to be a subgroup of G is $a,b\in H \Rightarrow ab\in H$.

ఒక సమూహము G లో పరిమిత కాంప్లెక్స్ H ఉపసమూహము అగుటకు అవశ్యక, పర్యాప్త నియమము $a,b\in H \Rightarrow ab\in H$ అని చూపుము.

Scanned By Scanner Go

14. Show that union of two subgroups of a group is a subgroup iff one is contained in the other.

ఒక సమూహములో రెండు ఉపసమూహాల సమ్మేళనము ఉపసమూహము కావడానికి ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమము: ఒకటి ఇంకొక దానిలో ఉపసమితి అని చూపుము.

UNIT – III

15. Show that a subgroup H of a group is a normal subgroup of G iff each left coset of H in G is a right coset of H in G

G లో H అభిలంబ ఉపసమూహము కావడానికి ఆవశ్యక, పర్యాప్త నియమము: G లో H యొక్క ప్రతి ఎడమ సహసమితి ఒక కుడి సహసమితి అని చూపుము.

16. If M, N are two normal subgroups of G such that $M \cap N = \{e\}$, then show that every element of M commutes with every element of N.

G లో M,N లు $M \cap N = \{e\}$ అయ్యేటట్లున్న అభిలంబ ఉపసమూహాల అయితే M లోని ప్రతి మూలకము N లోని ప్రతి మూలకముతో వినిమయము అవుతుందని చూపుము.

SECTION – B

UNIT – IV

17. Let G be a group and N be a normal subgroup of G.Let f be a mapping from G to G/N defined by $f(x) = Nx$ for $x \in G$. Then show that f is a homomorphism of G onto G/N and Kerf = N.

G ఒక సమూహము. N దానిలో, అభిలంబ ఉపసమూహము G అనుకొనుము. G నుండి G/N కు f ప్రమేయము $f(x) = Nx$, $x \in G$. అని నిర్వచించబడినది. అపుడు G నుండి G/N కు f సంగ్రస్త సమరూపత మరియు Kerf = N అవుతుందని చూపుము.

18. State and prove fundamental theorem of group homomorphism.

సమూహాల సమరూపతా మూలసిద్ధాంతాన్ని నిర్వచించి నిరూపించండి.

UNIT – V

19. Find the regular permutation group isomorphic to the multiplicative group $\{1,-1,i,-i\}$

గుణన సమూహము $\{1,-1,i,-i\}$ కు తుల్యరూపత కలిగిన క్రమ సాష్టవ సమూహమును కనుక్కోండి.

20. Prove that every subgroup of cyclic group is cyclic.

చక్రీయ సమూహము యొక్క ప్రతి ఉపసమూహము చక్రీయము అని చూపుము.

Scanned By Scanner Go