

(4308MAT15)

THREE YEAR BSCS./B.A.S. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, MARCH/APRIL, 2019

FOURTH SEMESTER

Part II – Mathematics

REAL ANALYSIS

Time : 3 Hours

Max. Marks : 75

PART - A

భాగము - ఎ

Answer any FIVE questions.

ఏదేని ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

(Marks : 5 × 5 marks = 25 marks)

70
75

1. Test for convergences $\sum \frac{2n^3 + 5}{4n^5 + 1}$.

$\sum \frac{2n^3 + 5}{4n^5 + 1}$ యొక్క అభిసరణతను పరీక్షించండి.

2. Test for convergences $\sum \frac{\sqrt{n}}{n^2 - 1}$.

$\sum \frac{\sqrt{n}}{n^2 - 1}$ యొక్క అభిసరణతను పరీక్షించండి.

3. Examine for continuity of the function f defined by $f(x) = |x| + |x-1|$ at $x=1$.

$x=1$ వద్ద $f(x) = |x| + |x-1|$ గా నిర్వచించబడిన f యొక్క అవిచ్ఛిన్నతను పరీక్షించండి.

4. Discuss the continuity of the function $f(x) = \frac{e^{1/x}}{1+e^{1/x}}$, $f(0) = 0$ at $x=0$.

$x=0$ వద్ద $f(x) = \frac{e^{1/x}}{1+e^{1/x}}$, $f(0) = 0$ గా నిర్వచించబడిన f యొక్క అవిచ్ఛిన్నతను పరీక్షించండి.

5. Test the differentiability of the function $f(x) = |x|$ at $x=0$.

$x=0$ వద్ద $f(x) = |x|$ గా నిర్వచించబడిన f యొక్క అవకలనీయతను పరీక్షించండి.

[P.T.O]

6. If $f(x) = \sin x$ then f is derivable at $x \in R$ and $f'(x) = \cos x$.

$f(x) = \sin x$ గా గల ప్రమేయానికి $x \in R$ వద్ద f అవకలనీయం అని చూపండి. మరియు $f'(x) = \cos x$.

7. Verify Rolle's theorem for the function $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 2$ in $[1, 2]$. $f(1) = -1$, $f(2) = 0$

$[1, 2]$ అంతరంలో $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 2$ అనే ప్రమేయానికి రోలే సిద్ధాంతంను సరిచూడండి.

8. State Cauchy's and Lagrange's mean value theorems.

కోషి మరియు లెగ్రాంజ్ మధ్యమ మూల సిద్ధాంతములను వ్రాయండి.

9. If $f(x) = x$ on $[0, 1]$ and $P = \left\{0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1\right\}$ find $U(P, f)$ and $L(P, f)$.

$[0, 1]$ మీద $f(x) = x$ ప్రమేయాన్ని ఒక విభజన $P = \left\{0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1\right\}$ అయితే $U(P, f)$, $L(P, f)$ కనుక్కోండి.

10. If $f(x) = K \forall x \in [a, b]$ where K is a real number, show that $f \in R[a, b]$.

$f(x) = K \forall x \in [a, b]$ మరియు K ఒక వాస్తవ సంఖ్య అయితే f అనేది $[a, b]$ లో రిమాన్ సమాకలనీయము అని చూపండి.

PART - B

భాగము - బి

Answer FIVE of the following questions.

Choose atleast ONE question from each Unit.

వ్రతి యూనిట్ నుండి ఒక ప్రశ్నను ఎన్నుకొని ఏదేని ఐదు ప్రశ్నలకు

సమాధానములు వ్రాయుము.

(Marks : 5×10 marks = 50 marks)

SECTION - A

UNIT - I

11. State and prove limit comparison test.

అవధి రూపంలో తులనాత్మక పరీక్ష నిర్వచించి నిరూపించండి.

12. State and prove D-Alembert's ratio test.

డీ-అలంబర్ట్ నిష్పత్తి పరీక్షను ప్రవచించి నిరూపించండి.

(4308MAT15)

UNIT - II

13. If $f: [a, b] \rightarrow R$ is continuous on $[a, b]$, prove that f is bounded on $[a, b]$.

$f: [a, b] \rightarrow R$ ప్రమేయం $[a, b]$ లో అవిచ్ఛిన్నమైతే $[a, b]$ లో f పరిబద్ధం అని నిరూపించుము.

14. Let $f: R \rightarrow R$ be such that

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{\sin(\alpha+1)x + \sin x}{x} \quad \text{for } x < 0 \\ &= C \quad \text{for } x = 0 \\ &= \frac{(x+bx^2)^{1/2}}{bx^{3/2}} - x^{1/2}, \quad \text{for } x > 0 \end{aligned}$$

Determine the values of a, b, c for which the function is continuous at $x = 0$ $f: R \rightarrow R$.

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{\sin(\alpha+1)x + \sin x}{x} \quad \text{for } x < 0 \\ &= C \quad \text{for } x = 0 \\ &= \frac{(x+bx^2)^{1/2}}{bx^{3/2}} - x^{1/2}, \quad \text{for } x > 0 \end{aligned}$$

అని నిర్వచించబడిన ఏ a, b, c విలువకు $x = 0$ వద్ద $f: R \rightarrow R$ అవిచ్ఛిన్నమగును.

UNIT - III

15. Show that $f(x) = x^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right)$, $x \neq 0$, $f(x) = 0$, $x = 0$ is derivable every where but the derivative is not continuous at '0'.

$f(x) = x^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right)$, $x \neq 0$, $f(x) = 0$, $x = 0$ ప్రమేయం ప్రతి వాస్తవ సంఖ్య వద్ద అవకలనీయం అవుతుందని మరియు దాని వ్యుత్పన్నం '0' వద్ద అవిచ్ఛిన్నం కాదని చూపండి.

16. Show that $f(x) = |x| + |x+1|$ is not derivable at $x = 0$ and $x = 1$.

$x = 0$ మరియు $x = 1$ వద్ద $f(x) = |x| + |x+1|$ అవకలనీయము కాదని అని చూపండి.

SECTION - B

UNIT - IV

17. State and prove Cauchy's mean value theorem.

కోషి మధ్యమ మూల్య సిద్ధాంతం నిర్వచించి నిరూపించండి.

18. Find 'c' of the Lagrange's mean value theorem for $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$ on $[0, 4]$.

$f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$ ప్రమేయానికి $[0, 4]$ లో లెగ్రాంజ్ సిద్ధాంతంనువయోగించి 'c' ను కనుక్కోండి.

(4308MAT15)

[P.T.O.]

UNIT - V

19. If $f : [a, b] \rightarrow R$ is monotonic on $[a, b]$. Prove that f is integrable on $[a, b]$.

$f : [a, b] \rightarrow R$ ప్రమేయం $[a, b]$ ఏకదిశ్యం అయితే $[a, b]$ మీద సమాకలనీయం అని నిరూపించుము.

20. State and prove fundamental theorem of Integral calculus.

సమాకలనముపై ప్రాథమిక సిద్ధాంతం లేక మూల సిద్ధాంతమును ప్రవచించి నిరూపించుము.

(4308MAT15)