

THREE YEAR B.A./B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, MARCH/APRIL 2020

SIXTH SEMESTER

Part II — Mathematics

Cluster — INTEGRAL TRANSFORMS

Time : 3 Hours

Max. Marks : 75

PART - A

భాగము - ఎ

Answer any FIVE questions.

ఏవేని ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

(Marks : 5 × 5 marks = 25 marks)

1. Solve  $(D+1)y = 0$ ,  $t > 0$ , if  $y = y_0$  when  $t = 0$ .

$t = 0$  వద్ద  $y = y_0$  అయినప్పుడు  $(D+1)y = 0$ ,  $t > 0$  ను సాధించండి.

2. Solve  $(D^2 - 3D + 2)y = 1 - e^{2t}$ , if  $y = 1$ ,  $Dy = 0$ , when  $t = 0$ .

$t = 0$  వద్ద  $y = 1$ ,  $Dy = 0$  అయినప్పుడు  $(D^2 - 3D + 2)y = 1 - e^{2t}$  ను సాధించండి.

3. If  $y(x, t)$  is a function of  $x$  and  $t$ , then prove that  $L\left\{\frac{\partial y}{\partial x}\right\} = \frac{d\bar{y}}{dx}$ .

$y(x, t)$  అనేది  $x$  మరియు  $t$  లలో ప్రమేయమైతే  $L\left\{\frac{\partial y}{\partial x}\right\} = \frac{d\bar{y}}{dx}$  అని నిరూపించండి.

4. Solve  $\frac{\partial y}{\partial t} = 2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ , where  $y(0, t) = 0 = y(5, t)$  and  $y(x, 0) = 10 \sin 4\pi x$ .

$y(0, t) = 0 = y(5, t)$  మరియు  $y(x, 0) = 10 \sin 4\pi x$  అయితే  $\frac{\partial y}{\partial t} = 2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$  ను సాధించండి.

5. Convert,  $y''(t) - 3y'(t) + 2y(t) = 4 \sin t$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = -2$  into integral equation.

$y(0) = 1$ ,  $y'(0) = -2$  లు అయినప్పుడు  $y''(t) - 3y'(t) + 2y(t) = 4 \sin t$  ను సమాకలన సమీకరణం రూపములోనికి రాయండి.

6. Solve  $F'(t) = 1 + \int_0^t F(u) \sin(t-u) du$  and verify your solution.

$F'(t) = 1 + \int_0^t F(u) \sin(t-u) du$  ను సాధించండి. మరియు మీ సాధనను సరిచూడండి.

7. Find the Fourier transform of function

$$F(x) = \begin{cases} 1-x^2, & |x| < 0 \\ 0, & |x| > 0 \end{cases}$$

పై ప్రమేయానికి ఫోరియర్ పరివర్తనాన్ని కనుక్కోండి.

8. State and prove change of scale property for Fourier Sine transform.

ఫోరియర్ సైన్ పరివర్తనానికి స్కేలు మార్పు ధర్మాన్ని ప్రవచించి, నిరూపించుము.

9. State and prove Parseval's identity for Fourier transform.

ఫోరియర్ పరివర్తనానికి పార్సెవల్స్ అసమానతను ప్రవచించి, నిరూపించుము.

10. Find the Fourier Cosine Transform of the function  $x^{m-1}$ .

$x^{m-1}$  ప్రమేయానికి ఫోరియర్ కొస్సైన్ పరివర్తనాన్ని కనుక్కోండి.

### PART - B

#### భాగము - బి

Answer any FIVE of the following questions, choosing atleast ONE question from each Section.

ప్రతి సెక్షన్ నుండి ఒక ప్రశ్న చొప్పున ఏవేని ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

(Marks : 5 × 10 marks = 50 marks)

### SECTION - A

#### సెక్షన్ - ఎ

#### UNIT I

11. Solve  $(D+2)^2 y = 4e^{-2t}$ ,  $y(0) = -1$  and  $y'(0) = 4$ .

$y(0) = -1$  మరియు  $y'(0) = 4$  అయినప్పుడు  $(D+2)^2 y = 4e^{-2t}$  ను సాధించండి.

12. Solve  $(D^3+1)y = 1$ ,  $t > 0$  if  $y = Dy = D^2y = 0$ , when  $t = 0$ .

$t = 0$  వద్ద  $y = Dy = D^2y = 0$  అయినప్పుడు  $(D^3+1)y = 1$ ,  $t > 0$  ను సాధించండి.

#### UNIT II

13. Solve  $\frac{\partial y}{\partial t} = 3\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ , where  $y(\frac{\pi}{2}, t) = 0$ ,  $\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_{x=0} = 0$  and  $y(x, 0) = 30 \cos 5x$ .

$y(\frac{\pi}{2}, t) = 0$ ,  $\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_{x=0} = 0$  మరియు  $y(x, 0) = 30 \cos 5x$  అయినప్పుడు  $\frac{\partial y}{\partial t} = 3\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$  ను సాధించండి.

14. Solve  $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = xt$ , where  $y = 0 = \frac{\partial y}{\partial x}$  at  $t = 0$  and  $y(0, t) = 0$ .

$y = 0 = \frac{\partial y}{\partial x}$  అయి  $t = 0$  వద్ద మరియు  $y(0, t) = 0$  అయితే  $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = xt$  ను సాధించండి.

### UNIT III

15. Using Laplace transform, solve

$$y(t) = 1 - e^{-t} + \int_0^t y(t-u) \sin u \, du.$$

పై సమీకరణాన్ని లాప్లాస్ పరివర్తననుపయోగించి సాధించండి.

16. Solve the integral equation  $\int_0^t \frac{F(u)du}{(t-u)^{1/2}} = t(1+t).$

పై సమాకలన సమీకరణమును సాధించండి.

### SECTION - B

సెక్షన్ - బి

### UNIT IV

17. Find the Fourier Cosine Transform of  $e^{-x^2}$ .

$e^{-x^2}$  యొక్క ఫోరియర్ కొస్యిన్ పరివర్తనాన్ని కనుక్కోండి.

18. State and prove Modulation Theorem for Fourier Transform.

ఫోరియర్ పరివర్తనములో మాడ్యులేషన్ సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి, నిరూపించుము.

### UNIT V

19. Solve the integral equation

$$\int_0^{\infty} f(x) \cos \lambda x \, dx = e^{-\lambda}.$$

పై సమాకలన సమీకరణమును సాధించండి.

20. Explain Relation between Fourier and Laplace transform.

ఫోరియర్ మరియు లాప్లాస్ పరివర్తనములకు మధ్య సంబంధాన్ని వివరించండి.